

文章编号: 1000-8055(2010)05-1068-09

基于模态信息的叶盘结构失谐识别方法 鲁棒性研究

王 帅, 王建军, 李其汉

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 为有效运用整体叶盘结构失谐识别技术, 针对一种以模态信息作为输入参数的识别方法进行鲁棒性方面的研究. 推导了该方法中识别参数对各输入参数的灵敏度公式, 利用灵敏度分析的结果, 可以明确各个输入参数的重要程度, 为实际运用中获取输入参数信息提供指导; 另外也可对识别结果的准确度作进一步的分析评价, 为可靠的使用该识别方法提供保障.

关 键 词: 动力学; 整体叶盘; 失谐; 识别; 降阶技术; 灵敏度分析

中图分类号: V231.3; V231.92

文献标识码: A

Robustness research for mistuning identification of blisks from free response information

WANG Shuai, WANG Jianjun, LI Qihan

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: This paper presented a method for robustness investigation of mistuning identification of disks by taking free response parameters as input information. The sensitivity of identified parameters with respect to input parameters was derived, and the different importance of the input parameters could be estimated from the sensitivity analysis results. This method could help to acquire effective input information in practice and also to further evaluate the accuracy of identified results.

Key words: dynamics; integrally bladed disk; mistuning; identification; reduced technique; sensitivity analysis

长期以来, 航空发动机的工作可靠性和结构完整性一直是制约其性能提升和发展的主要瓶颈, 核心问题之一便是高速旋转的叶盘结构的振动问题. 实际的叶盘结构由于制造误差、使用中磨损不均等因素均存在不同程度的失谐, 而失谐可能导致的振动局部化, 是造成叶盘结构产生高循环疲劳的重要因素. 大量的研究表明, 有效的掌控叶盘结构由于失谐所带来的正负面的影响, 已成

为降低发动机转子振动应力水平的关键^[1-2].

通常, 叶盘结构振动响应对失谐具有非常高的敏感度, 那么, 准确的估计并在模型中有效的模拟这些性质的变化量(即失谐量)必然是定量地、完整地描述一个真实结构动态特性的前提和基础. 因此, 叶盘结构失谐参数识别问题, 即从实验测量数据来判定实际叶盘结构的失谐量成为无法回避且重要的问题. 叶盘结构失谐参数的识别从

收稿日期: 2009-04-28; 修订日期: 2009-06-27

基金项目: 国家高技术研究发展计划 863 项目(2008AA04Z403)

作者简介: 王帅(1980-), 男, 吉林长春人, 博士, 主要从事航空发动机结构强度、振动方面研究.

属于振动反问题范畴, 还可应用于叶盘结构的故障诊断、加工制造误差的确定等多个方面, 因此已愈发受到人们的重视。

近来, 文献[3-4]分别基于模态信息和响应信息提出了两种整体叶盘结构的失谐参数识别方法。其中文献[3]的方法是以谐调叶盘有限元模型解析模态和真实失谐结构系统的模态信息作为输入参数, 利用了经典模态减缩方法——SNM (subset of nominal modes) 降阶方法和子矩阵型技术, 降低了计算花费和输入信息量; 采用了基于正交投影原理的“最可能向量”技术来处理实测模态振型, 可有效的限制测量噪声、非线性等因素的不利影响, 文中已经详细的介绍了该识别方法理论, 并通过仿真算例初步说明了失谐识别的必要性和识别结果的有效性。然而, 失谐识别结果的准确度是否对各种输入参数误差等的不利影响具有较高的鲁棒性, 是评判该识别方法实用性能优劣的重要指标^[5], 因此本文将在前述理论的基础上, 采用灵敏度分析的方式, 重点研究各种输入参数对该方法识别结果的影响, 一方面可为实际运用中有效地获取输入参数信息提供指导, 一方面也可对识别结果的准确度作进一步的分析评断, 为可靠地使用该识别方法提供保障。

1 识别方法的鲁棒性能分析理论

1.1 识别方法理论回顾

本文研究是以文献[3]的识别方法理论为基础的, 为引用方便在此对该方法作简要的陈述。该识别方法主要基于模态信息, 所以在已知条件中, 若假定谐调叶盘有限元模型模态角频率为 λ_j , 振型为 Φ^j ($j = 1, 2, \dots, \bar{n}$), $\bar{n}$ 表示降阶模态基向量个数, 则模态向量基 $\Phi^0 = [\Phi^1 \ \Phi^2 \ \dots \ \Phi^{\bar{n}}]$, 谐调模型降阶刚度矩阵 $\Lambda^0 = \text{diag}[\lambda_j^2]_{j=1, \dots, \bar{n}}$, $\text{diag}[\cdot]$ 表示取对角矩阵。当实际叶盘结构失谐模态角频率为 ω_i , 振型为 Φ_i ($i = 1, 2, \dots, r$) 时, 则失谐降阶模型模态 β_i 为

$$\beta_i = \Phi^{0+} \Phi_i \tag{1}$$

式中上角标“+”表示广义逆, 相应的模态域规则化向量 β_i^a 为

$$\beta_i^a = A_i A_i^+ \beta_i \tag{2}$$

式中

$$A_i = [E_i^{-1b} K^{(0)} \quad E_i^{-1b} K^{(1)} \quad \dots \quad E_i^{-1b} K^{(N-1)}] \tag{3}$$

$$E_i = \omega_i^2 I - \Lambda^0 \tag{4}$$

其中 ${}^bK^{(s)}$ 表示 s ($s = 0, 1, \dots, N - 1$)号叶片的降阶模态刚度矩阵, I 为单位矩阵。为获得各叶片弹性等效的失谐参数, 失谐参数识别的基本方程为

$$LP = R \tag{5}$$

式中

$$P = [p_0 \ p_1 \ p_2 \ \dots \ p_{N-1}]^T \tag{6}$$

$$L = \begin{bmatrix} {}^bK^{(0)} \beta_1^a & {}^bK^{(1)} \beta_1^a & \dots & {}^bK^{(N-1)} \beta_1^a \\ {}^bK^{(0)} \beta_2^a & {}^bK^{(1)} \beta_2^a & \dots & {}^bK^{(N-1)} \beta_2^a \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ {}^bK^{(0)} \beta_r^a & {}^bK^{(1)} \beta_r^a & \dots & {}^bK^{(N-1)} \beta_r^a \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$R = \begin{bmatrix} \left\{ \omega_1^2 I - \Lambda^0 \right\} \beta_1^a \\ \left\{ \omega_2^2 I - \Lambda^0 \right\} \beta_2^a \\ \vdots \\ \left\{ \omega_r^2 I - \Lambda^0 \right\} \beta_r^a \end{bmatrix} \tag{8}$$

所以失谐参数向量 P 为

$$P = L^+ R \tag{9}$$

可见该识别方法需要实际失谐叶盘结构的模态频率 ω_i 和振型 Φ_i , 对应的谐调情形时的有限元模型的模态频率 λ_j 和振型 Φ_j^0 , 共4种数据作为输入参数。而实际测量时由于实验噪声、非线性因素及数据处理等因素, 对于前两种输入数据必然会存在误差。在文献[3]中主要对数据 ω_i , Φ_i 引入随机扰动来模拟实际测量误差, 并利用识别参数修正后的模型的模态与基准模型模态相对比, 初步说明了识别结果 P 的有效性。

对于后两种输入参数, 即频率 λ_j 和振型 Φ_j^0 数据也存在着如何精确地获得真实结构对应的谐调情形时的模态模型的问题^[6-7]。大量的实验已说明^[8-9], 即便对于简单的叶盘结构, 精确地获取其谐调模态模型也是非常困难的。而近来的研究表明^[7], 真实结构对应的谐调情形时的模态频率 λ_j 的偏差有时对识别方法的结果也会产生重大的影响, 为此他们提出了“循环模拟误差”的概念, 用以表征“当前”谐调有限元模型(即识别方法中使用的模型)与“理想”谐调有限元模型(即假定存在的, 可完美的表现真实结构谐调情形时的模型)之间的差别, 本文中也将引用这个概念。另外, 由于当系统的截断模态空间处于狭窄的频率范围时, 相对于初始系统有轻微改变的系统的运动情况能够用该原始系统的模态来表征^[7, 10-11], 而文献[3]的识别方法采用的 SNM 降阶技术^[11]也是基于这

样的原理,所以本文同样认为“当前”谐调有限元模型模态 Φ 即为“理想”谐调模型的模态,而不考虑输入参数中数据 Φ 存在误差。

采用灵敏度分析的方式,准确地掌握各个输入参数对识别参数产生的影响,首先可以明确输入信息中各个参数的重要程度,例如为更准确地获取输入参数中的失谐模态振型 Φ ,在实际测量时应选择那些灵敏度相对较大,即对识别结果产生较大影响的自由度作为测量对象等等,因此对该识别方法输入参数信息的获取具有重要的指导意义;其次还有助于了解该方法识别结果的准确度,例如若已知各输入参数的误差量时,可以通过灵敏度值来估算其对识别结果的影响,因此可以评定该方法的可靠性能,为准确地使用该方法提供保障。所以进行失谐识别参数对输入参数,如谐调叶盘模型频率 λ 、测量频率 ω 和模态 Φ_i 的灵敏度分析是十分必要且重要的,以下将分别予以讨论。

1.2 识别参数对谐调叶盘模型频率的灵敏度

由式(9)可知,识别参数向量 $\mathbf{P}$ 为规则化向量 β_i^a 的函数,所以首先应推导出向量 β_i^a 对谐调叶盘模型频率 λ 的导数表达。由式(3), (4)得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial \lambda} &= \frac{\partial \mathbf{E}_i^{-1}}{\partial \lambda} [\mathbf{K}^{(0)} \quad \mathbf{K}^{(1)} \quad \dots \quad \mathbf{K}^{(N-1)}] = \\ &= \mathbf{E}_i^{-1} \frac{\partial \mathbf{E}_i}{\partial \lambda} \mathbf{E}_i^{-1} [\mathbf{K}^{(0)} \quad \mathbf{K}^{(1)} \quad \dots \quad \mathbf{K}^{(N-1)}] = \\ &= 2\lambda \mathbf{E}_i^{-1} \mathbf{A}_i \end{aligned} \quad (10)$$

由式(2)得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta_i^a}{\partial \lambda} &= \frac{\partial (\mathbf{A}_i \mathbf{A}_i^+)}{\partial \lambda} \beta_i = \left(\frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial \lambda} \mathbf{A}_i^+ + \mathbf{A}_i \frac{\partial \mathbf{A}_i^+}{\partial \lambda} \right) \beta_i = \\ &= \left(\frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial \lambda} \mathbf{A}_i^+ - \mathbf{A}_i \mathbf{A}_i^+ \frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial \lambda} \mathbf{A}_i^+ \right) \beta_i = \\ &= 2\lambda (\mathbf{I} - \mathbf{A}_i \mathbf{A}_i^+) \mathbf{E}_i^{-1} \beta_i^a \end{aligned} \quad (11)$$

所以

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \lambda} &= \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{(0)} \frac{\partial \beta_1^a}{\partial \lambda} & \mathbf{K}^{(1)} \frac{\partial \beta_1^a}{\partial \lambda} & \dots & \mathbf{K}^{(N-1)} \frac{\partial \beta_1^a}{\partial \lambda} \\ \mathbf{K}^{(0)} \frac{\partial \beta_2^a}{\partial \lambda} & \mathbf{K}^{(1)} \frac{\partial \beta_2^a}{\partial \lambda} & \dots & \mathbf{K}^{(N-1)} \frac{\partial \beta_2^a}{\partial \lambda} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{K}^{(0)} \frac{\partial \beta_r^a}{\partial \lambda} & \mathbf{K}^{(1)} \frac{\partial \beta_r^a}{\partial \lambda} & \dots & \mathbf{K}^{(N-1)} \frac{\partial \beta_r^a}{\partial \lambda} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \lambda} = \begin{bmatrix} \left(\omega_1^2 \mathbf{I} - \Lambda^0 \right) \frac{\partial \beta_1^a}{\partial \lambda} - 2\lambda \beta_1^a \\ \left(\omega_2^2 \mathbf{I} - \Lambda^0 \right) \frac{\partial \beta_2^a}{\partial \lambda} - 2\lambda \beta_2^a \\ \vdots \\ \left(\omega_r^2 \mathbf{I} - \Lambda^0 \right) \frac{\partial \beta_r^a}{\partial \lambda} - 2\lambda \beta_r^a \end{bmatrix} \quad (13)$$

由式(5)并考虑到 $\mathbf{L}^T \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \lambda}$ 的对称性,即

$$\mathbf{L}^T \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \lambda} = \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \lambda} \right)^T \mathbf{L}$$

可得

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \lambda} = \mathbf{L}^+ \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \lambda} - \left(\mathbf{L}^T \mathbf{L} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \lambda} \right)^T \mathbf{R} \quad (14)$$

1.3 识别参数对测量频率的灵敏度

首先推导向量 β_i^a 对测量频率 ω_j 的导数表达,由式(2), (3)和(4)可得

$$\left(\frac{\partial \beta_i^a}{\partial \omega_j} \right)_{i \neq j} = 0 \quad (15)$$

由式(3)和(4)得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{A}_j}{\partial \omega_j} &= \\ \frac{\partial \mathbf{E}_j^{-1}}{\partial \omega_j} [\mathbf{K}^{(0)} \quad \mathbf{K}^{(1)} \quad \dots \quad \mathbf{K}^{(N-1)}] &= \\ -2\omega_j \mathbf{E}_j^{-1} \mathbf{A}_j \end{aligned} \quad (16)$$

则由式(2)可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta_j^a}{\partial \omega_j} &= \frac{\partial (\mathbf{A}_j \mathbf{A}_j^+)}{\partial \omega_j} \beta_j = \\ \left(\frac{\partial \mathbf{A}_j}{\partial \omega_j} \mathbf{A}_j^+ - \mathbf{A}_j \mathbf{A}_j^+ \frac{\partial \mathbf{A}_j}{\partial \omega_j} \mathbf{A}_j^+ \right) \beta_j &= \\ 2\omega_j (\mathbf{A}_j \mathbf{A}_j^+ - \mathbf{I}) \mathbf{E}_j^{-1} \beta_j^a \end{aligned} \quad (17)$$

所以

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \omega_j} &= \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{K}^{(0)} \frac{\partial \beta_j^a}{\partial \omega_j} & \mathbf{K}^{(1)} \frac{\partial \beta_j^a}{\partial \omega_j} & \dots & \mathbf{K}^{(N-1)} \frac{\partial \beta_j^a}{\partial \omega_j} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \omega_j} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 2\omega_j \beta_j^0 + \left(\omega_j^2 \mathbf{I} - \Lambda^0 \right) \frac{\partial \beta_j^0}{\partial \omega_j} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

同样利用 $\mathbf{L}^T \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \omega_j} = \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \omega_j} \right)^T \mathbf{L}$, 可得

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \omega_j} = \mathbf{L}^+ \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \omega_j} - \left(\mathbf{L}^T \mathbf{L} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \omega_j} \right)^T \mathbf{R} \quad (20)$$

1.4 识别参数对测量模态的灵敏度

设第 j 阶模态域特征向量 β_j 的第 i ($i = 1, \dots, \bar{n}$) 个元素为 $\beta_{j(i,1)}$, 由式(7)可得

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \beta_{j(i,1)}} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & {}^b\mathbf{K}^{(0)} \mathbf{A}_j \mathbf{A}_j^+ \mathbf{v}_i & \dots & 0 \\ 0 & \dots & {}^b\mathbf{K}^{(1)} \mathbf{A}_j \mathbf{A}_j^+ \mathbf{v}_i & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & {}^b\mathbf{K}^{(N-1)} \mathbf{A}_j \mathbf{A}_j^+ \mathbf{v}_i & \dots & 0 \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

式中 $\mathbf{v}_i$ 为第 i 个元素为 1, 其余元素为 0 的 $\bar{n}$ 阶单位向量, 则由式(8)得

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \beta_{j(i,1)}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \left(\omega_j^2 \mathbf{I} - \Lambda^0 \right) \mathbf{A}_j \mathbf{A}_j^+ \mathbf{v}_i \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

所以

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \beta_{j(i,1)}} = \mathbf{L}^+ \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \beta_{j(i,1)}} - \left(\mathbf{L}^T \mathbf{L} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \beta_{j(i,1)}} \right)^T \mathbf{R} \quad (23)$$

设 $\varphi_{j(k,1)}$ 为失谐叶盘的第 j 阶模态 φ_j 的第 k ($k = 1, \dots, n$) 个元素, 由式(1)得

$$\beta_{j(i,1)} = \sum_{k=1}^n \Phi_{(i,k)}^0 \varphi_{j(k,1)} \quad (24)$$

式中 $i = 0, 1, \dots, \bar{n}$, 所以

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \varphi_{j(k,1)}} = \sum_{i=1}^{\bar{n}} \Phi_{(i,k)}^0 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \beta_{j(i,1)}} \quad (25)$$

实际测量的模态振型 φ_j^m , 通常不能得到与有限元模型模态振型 φ_j 相一致的自由度数, 一般的均需要通过扩展矩阵 $\mathbf{T}_e$ 来扩充测量振型 φ_j^m , 即

$$\varphi_j = \mathbf{T}_e \varphi_j^m \quad (26)$$

令 $\mathbf{T} = \Phi^0 \mathbf{T}_e$, 则可得到识别参数对第 j 阶实测模态振型 φ_j^m 的第 l ($l = 1, \dots, m$; m 表示实际测量模态自由度的个数) 个元素的灵敏度为

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \varphi_{j(l,1)}^m} = \sum_{i=1}^{\bar{n}} \mathbf{T}_{(i,l)} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \beta_{j(i,1)}} \quad (27)$$

2 算例及分析

2.1 分析模型介绍

考虑如图 1 所示具有 24 个叶片的某型低压压气机转子叶盘, 每个扇区有 5586 个自由度, 输入参数中的谐调有限元模型模态频率 λ_j , 振型 φ_j 数据可由该单个扇区计算得到. 图 2 为该谐调叶盘模型的节径频率曲线, 选取的降阶模态基由低阶密集模态组成, 分别为各节径的一阶频率以及 0, 1 节径的二阶频率所对应的模态共 27 阶 (即 $\bar{n} = 27$), 如虚线框内所示. 本文通过改变谐调叶

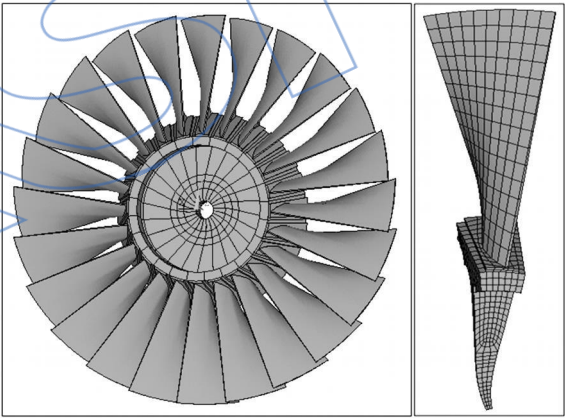


图 1 叶盘结构模型

Fig. 1 Blisk model

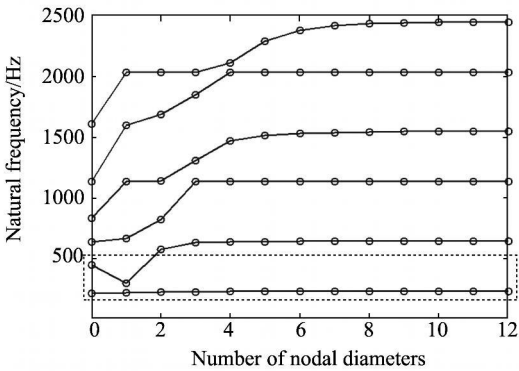


图 2 谐调叶盘结构频率

Fig. 2 Natural frequencies of the tuned blisk

盘模型每个叶片的弹性模量来定义一个基准失谐叶盘模型 (benchmark model), 利用该基准模型计算来获得失谐模态频率 ω_i 和振型 φ_i , 加以扰动处理后再作为识别方法的输入参数数据, 由于该识别方法的识别结果同为弹性等效失谐参数, 所以可精确的比较识别结果的准确度.

当各输入参数数据均无扰动时, 识别结果与基准失谐模型失谐值的比较如图 3 所示, 识别结果与基准失谐值存在着 10^{-4} 量级的差别是由于该方法在识别过程中使用了降价技术, 可见该识别方法是非常精准的. 而当输入参数中谐调模型各阶模态频率 λ , 失谐模态频率 ω_i 数据各自分别存在 $\pm 0.5\%$ 扰动, 以及存在标准差为 0.5% 的正态随机扰动时的识别结果与基准失谐值的比较分别如图 4 (a), (b) 所示, 同样的, 失谐模态振型 φ_i 数据存在 $\pm 10\%$ 扰动, 以及存在标准差为 10% 的正态随机扰动时的识别结果与基准失谐值的比较则如图 4 (c) 所示. 对比图 4 (a) ~ (c) 可以看出, 各种输入参数对识别结果的影响程度存在着显著的差异: 相比较于振型 φ_i 数据, 识别结果对于频率 λ 和失谐模态频率 ω_i 是更为敏感的. 而从图 4 (b) 和 (c) 可以看出, 即便是对同一种输入参数, 识别结果对各个数据 (各阶频率或各阶振型) 的敏感程度也是不同的. 因此, 进行失谐参数对各输入参数的灵敏度分析是十分必要的.

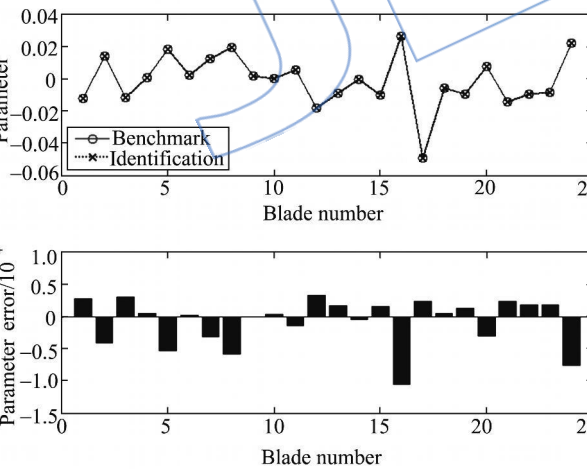


图 3 输入参数无扰动的识别结果
Fig. 3 Identification results with no input parameters perturbation

在实际测试中, 一般频率的测量相对比较准确, 而模态振型由于需要扩阶等数据处理过程会存在一定的误差, 所以在进行识别参数对各输入

参数的灵敏度分析时, 考虑了频率数据 λ 和 ω_i 存在标准差均为 0.15% , 失谐模态振型数据 φ_i 存在标准差为 20% 的正态随机扰动的情况, 这种情形比较接近于真实状况^[12], 识别结果与基准失谐模型失谐值的比较如图 5 所示.

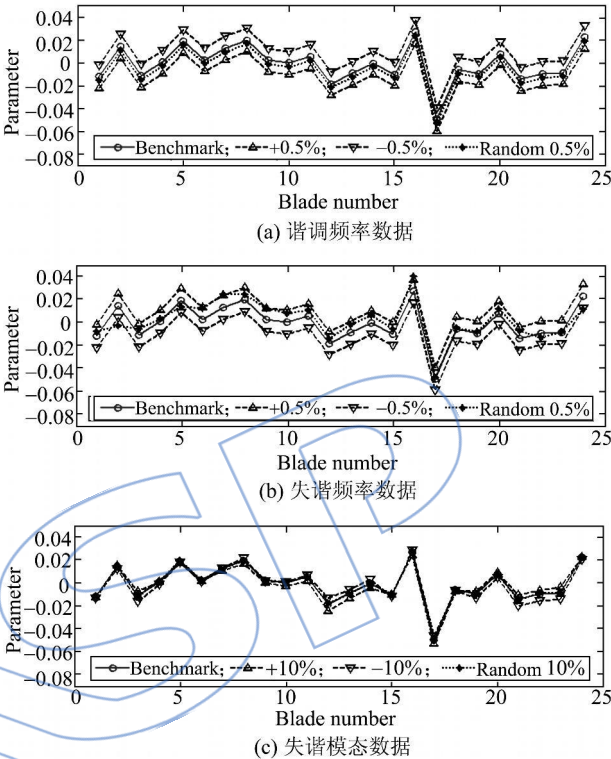


图 4 不同输入参数存在扰动的识别结果
Fig. 4 Identification results with different perturbed input parameters

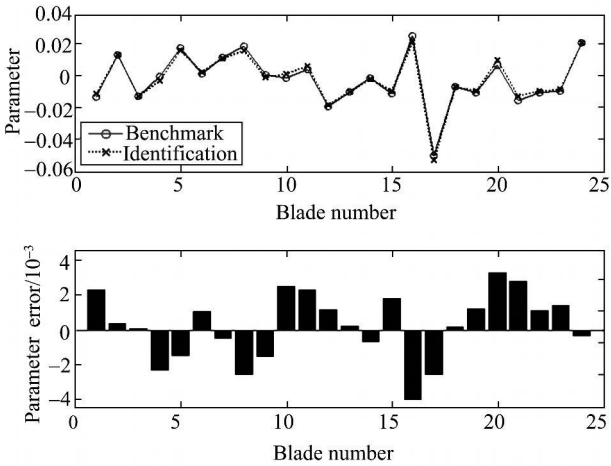


图 5 输入参数数据均存在扰动的识别结果
Fig. 5 Identification results with all input parameters perturbed

2.2 识别参数对谐调叶盘模型频率的灵敏度

由式(14)可计算得到识别参数向量 $\mathbf{P}$ 对谐调叶盘模型频率 λ_j 的灵敏度值,如图 6 所示.可以看出,各个识别参数对每一阶模态的灵敏度是大致相等的.实际上,若正交投影算子趋近于单位矩阵,即 $\mathbf{A}\mathbf{A}^\dagger \rightarrow \mathbf{I}$,由式(11),(12)可得

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \lambda_j} \rightarrow 0,$$

由式(13)可得

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \lambda_j} \rightarrow [2\lambda_j \beta_1^a \quad 2\lambda_j \beta_2^a \quad \dots \quad 2\lambda_j \beta_r^a]^\text{T}$$

此时 $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \lambda_j} \approx \mathbf{L}^+ \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \lambda_j}$,则由式(7)及线性最小二乘原理^[13]可知,向量 $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \lambda_j}$ 各元素是相等的.所以,各阶谐调叶盘模型模态频率的误差主要的是会引起各个叶片失谐量总和的平均值的偏移,而对各叶片失谐量之间的相对值影响较小,如图 4(a)所示.

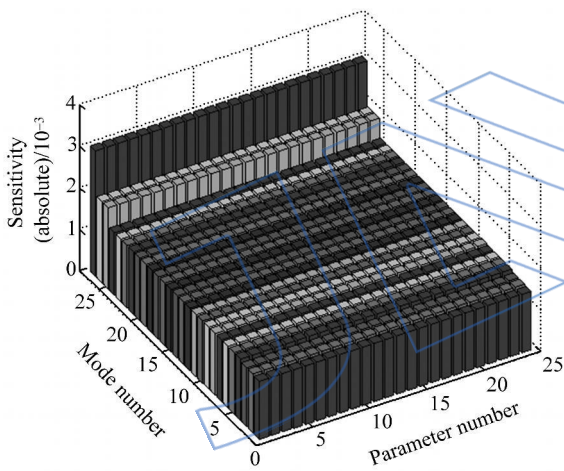


图 6 识别参数对谐调模型频率的灵敏度
Fig. 6 Sensitivity of identification parameters to tuning model frequencies

在实际进行叶盘结构失谐参数的识别时,一般的均假定“能令真实结构的各个叶片失谐量的总和为 0 时的基准谐调有限元模型,为‘理想’谐调有限元模型^[7]”.所以通过上述识别参数对谐调叶盘模型频率的灵敏度分析可以得知,在实际应用该失谐参数识别方法时,可将识别结果向量 $\mathbf{P}$ 经过如下处理方式来获取以“理想”谐调有限元模型为基准的失谐参数值,令

$$p_{\text{avg}} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mathbf{P}_{(j,1)} \tag{28}$$

则以“理想”谐调有限元模型为基准的失谐参数向量 $\mathbf{P}_{\text{ideal}}$ 为

$$\mathbf{P}_{\text{ideal}} = \mathbf{P} - p_{\text{avg}} \cdot \mathbf{w} \tag{29}$$

式中“ $\cdot$ ”表示点乘, $\mathbf{w}$ 为各元素均为 1 的 N 维列向量.

2.3 识别参数对失谐频率的灵敏度

由式(20)可计算得到识别参数向量 $\mathbf{P}$ 对失谐叶盘模态频率 ω_i 的灵敏度值,如图 7 所示,可清晰的看出各识别参数对各阶模态频率 ω_i 的敏感程度,如最大的灵敏度值为 $\frac{\partial \mathbf{P}_{(16,1)}}{\partial \omega_{24}} = 1.38971 \times 10^{-3}$ 等等.而灵敏度值与对频率 λ_j 的灵敏度处于大致相同的 10^{-3} 数量级,说明识别参数对频率 ω_i 与频率 λ_j 的敏感程度水平是大体相同的.

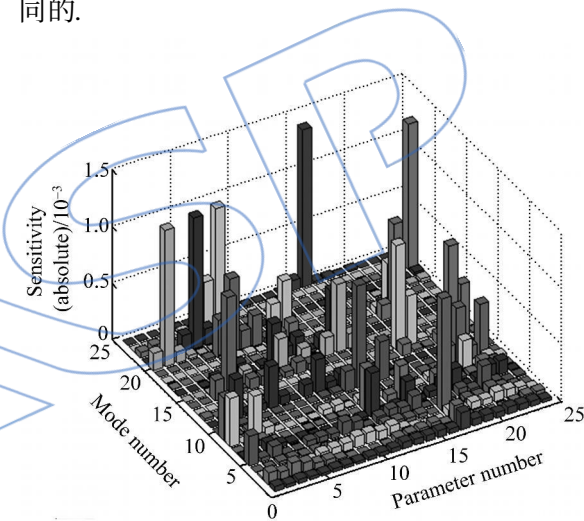


图 7 识别参数对失谐频率的灵敏度
Fig. 7 Sensitivity of identification parameters to mistuned frequencies

另外,还可以利用灵敏度值来估算失谐模态频率扰动引起的识别参数误差,假设第 j 阶失谐模态频率 ω_j 的扰动量为 ξ_j^ω ,即

$$\omega_j^{\text{pert}} = \omega_j + \xi_j^\omega \tag{30}$$

进行一阶 Taylor 展开,相应的失谐识别参数向量 $\mathbf{P}$ 的扰动量为

$$\mathbf{P}^{\text{pert}} = \mathbf{P} + \xi_j^\omega \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \omega_j} \tag{31}$$

则第 j 阶失谐模态频率扰动 ξ_j^ω 引起的识别参数误差约为

$$\mathbf{P}_{\omega_j}^{\text{err}} = \xi_j^\omega \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \omega_j} \tag{32}$$

假定各阶失谐频率有 0.15% 的扰动, 即若 $\xi^{\omega} = 0.0015\omega$ 时, 由式(32)估算得到的各阶失谐频率引起的识别参数误差的绝对值如图 8 所示.

2.4 识别参数对测量模态的灵敏度

由式(25)可计算得到识别参数向量 $\mathbf{P}$ 对失谐叶盘模态振型 φ_i 各个自由度的灵敏度, 为提高输入参数数据 φ_i 的准确度, 在实际测量时应选择那些灵敏度相对较大的自由度作为测量对象. 识别参数对模态振型第 457, 458 和 459 个自由度 (DOF) 的灵敏度值分别如图 9、图 10 和图 11 所示, 它们分别为 0 号叶片叶尖中部节点径向、周向

和轴向自由度. 从灵敏度值的量级上就可以看出, 若已决定在叶尖中部作为模态振型的一个测量位置, 则应选择灵敏度最大的方向即轴向作为首要测量方向. 识别参数对第 474 和 519 个自由度的灵敏度值则分别如图 12、图 13 所示, 它们分别为 0 号叶片前缘叶尖和后缘叶尖的轴向自由度. 同样的, 若决定以叶尖轴向为测量方向时, 则应选择前缘叶尖和叶尖中部作为测量位置. 可见, 在使用该识别方法时, 识别参数对测量模态振型的灵敏度分析对于选择实际测量的位置和方向具有重要的指导意义.

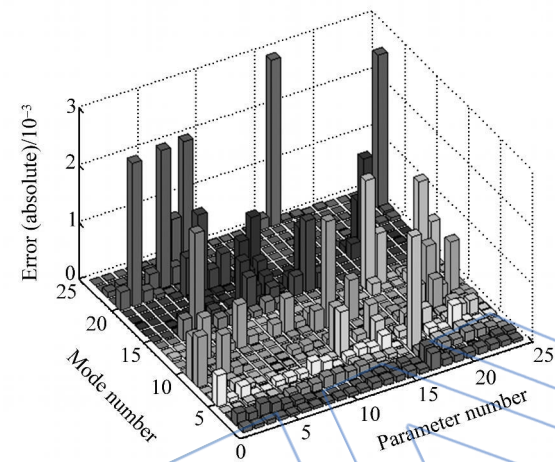


图 8 失谐频率扰动引起的识别参数误差
Fig. 8 Error on identification parameters caused by mistuned frequencies

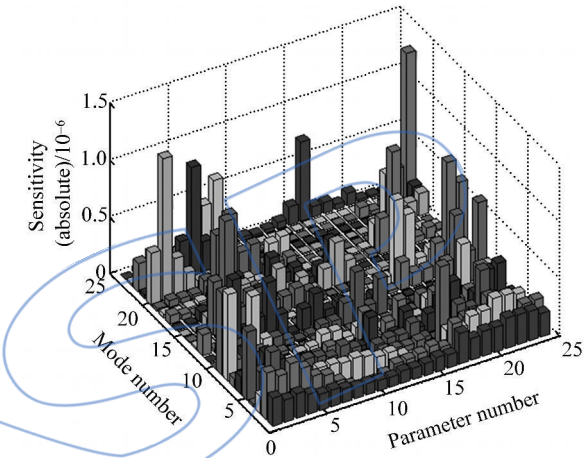


图 10 识别参数对叶尖中部周向自由度的灵敏度
Fig. 10 Sensitivity of identification parameters to the circumferential DOF of middle node of blade tip

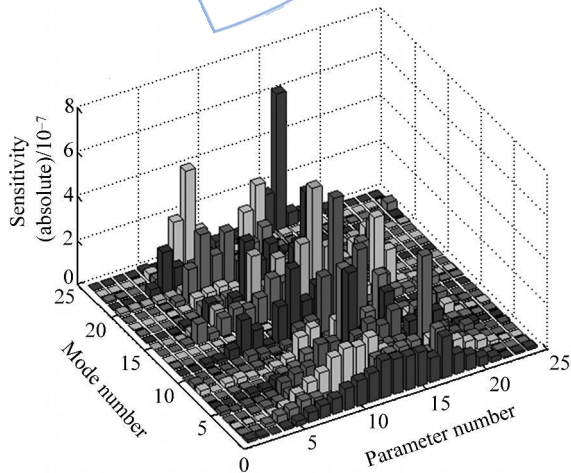


图 9 识别参数对叶尖中部径向自由度的灵敏度
Fig. 9 Sensitivity of identification parameters to the radial DOF of middle node of blade tip

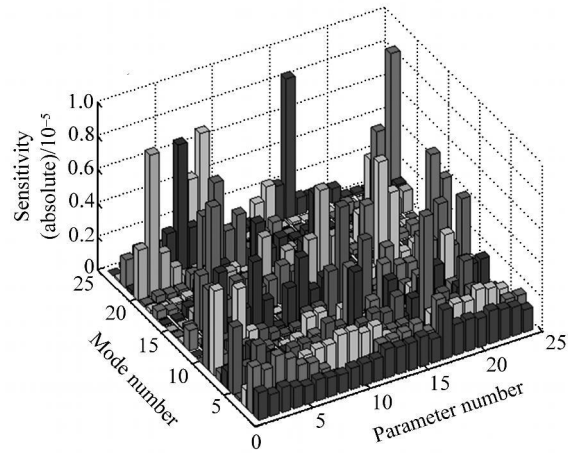


图 11 识别参数对叶尖中部轴向自由度的灵敏度
Fig. 11 Sensitivity of identification parameters to the axial DOF of middle node of blade tip

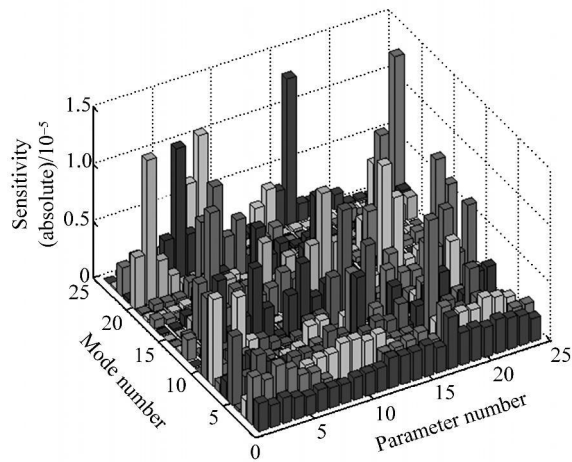


图 12 识别参数对前缘叶尖轴向自由度的灵敏度
Fig. 12 Sensitivity of identification parameters to the axial DOF of blade tip node of leading edge

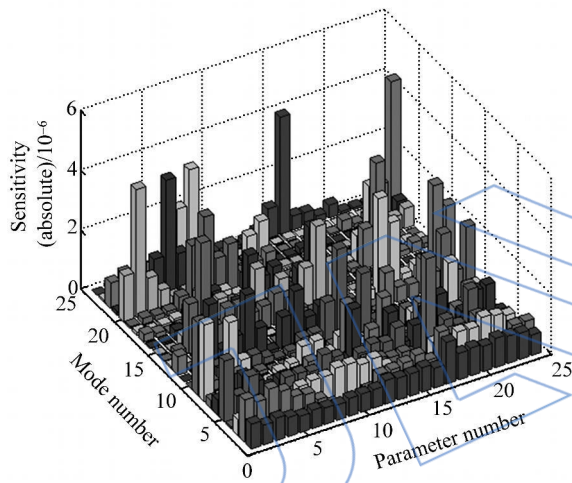


图 13 识别参数对后缘叶尖轴向自由度的灵敏度
Fig. 13 Sensitivity of identification parameters to the axial DOF of blade tip node of trailing edge

此外,也可以利用灵敏度值来估算失谐模态振型扰动引起的识别参数的误差,假设第 j 阶测量模态向量 φ_j 扰动量为 ε_j^φ , 即

$$\varphi_j^{\text{pert}} = \varphi_j + \varepsilon_j^\varphi \tag{33}$$

考虑一阶 Taylor 展开, 相应的失谐识别参数向量 $\boldsymbol{P}$ 的扰动量为

$$\boldsymbol{P}^{\text{pert}} = \boldsymbol{P} + \sum_{i=1}^n \varepsilon_{j(i,1)}^\varphi \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \varphi_{j(i,1)}} \tag{34}$$

则测量模态向量扰动 ε_j^φ 引起的识别参数误差约为

$$\boldsymbol{P}_{\varepsilon_j^\varphi}^{\text{err}} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{j(i,1)}^\varphi \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \varphi_{j(i,1)}} \tag{35}$$

假定各阶失谐模态振型有 20% 的扰动, 即若 $\varepsilon_j^\varphi = 0.2 \varphi_j$ 时, 由式 (35) 估算得到的各阶失谐模态振型引起的识别参数误差的绝对值可如图 14 所示, 对比图 8 可以看出, 两者带来的误差水平大体相当。

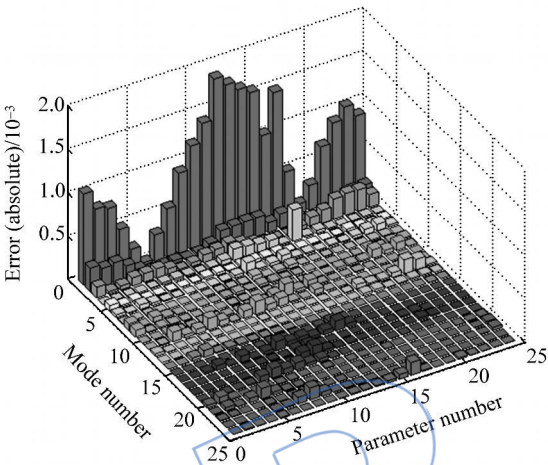


图 14 失谐模态振型扰动引起的识别参数误差
Fig. 14 Error on identification parameters caused by mistuned modes

3 结 论

本文针对文献[3]提出的基于模态信息的整体叶盘结构失谐识别方法进行了其鲁棒性能方面的研究, 推导了该方法识别参数对输入信息中各参数的灵敏度分析公式, 并对一接近真实情形的失谐识别过程进行了数值仿真研究, 得到了以下结论:

- 1) 各种输入参数对识别结果的影响程度存在较大差异, 相比较于模态振型数据, 识别参数对于谐调叶盘有限元模型频率和失谐模态频率更为敏感. 但由于频率的测量精度一般要优于模态振型, 例如本文在不考虑测量振型的插值扩阶等数据处理过程时, 两者带来的识别误差水平是相当的.
- 2) 识别参数对谐调叶盘有限元模型频率与失谐模态频率的敏感程度水平大体相同, 但谐调叶盘模型模态频率的误差主要是会引起各个叶片失谐量总和平均值的偏移, 对各叶片失谐量之间的相对值影响较小, 因此, 尽管精确的获得真实结构对应的谐调情形时的模态模型存在困难, 但可以利用如式(28), (29)所述原理对识别结果进行必要的修正.

3) 通过识别参数对测量模态振型的灵敏度分析,可以明确各个自由度对识别方法准确度的影响程度,对有效地选择实际测量的位置和方向具有重要的指导作用。

总之,通过进行识别参数对各输入参数的灵敏度分析,不仅明确了输入信息中各个参数的重要程度,为识别方法有效地运用提供指导,而且还可估算输入参数中存在的误差对识别结果的影响,为可靠地使用识别方法提供保障。此外,采用灵敏度分析的思路进行失谐识别技术的鲁棒性能分析,对于其他识别方法也有一定的借鉴意义。

参考文献:

- [1] 王建军,李其汉,朱梓根.失谐叶片轮盘结构系统振动局部化问题的研究进展[J].力学进展,2000,30(4): 517-528.
WANG Jianjun, LI Qihan, ZHU Zigen. Vibratory localization of mistuned bladed disk assemblies — a review [J]. Advances in Mechanics, 2000, 30(4): 517-528. (in Chinese)
- [2] Castanier M P, Pierre C. Modeling and analysis of mistuned bladed disk vibration: status and emerging directions [J]. Journal of Propulsion and Power, 2006, 22(2): 384-396.
- [3] 王帅,王建军,李其汉.一种基于模态减缩技术的整体叶盘结构失谐识别方法[J].航空动力学报,2009,24(3): 662-669.
WANG Shuai, WANG Jianjun, LI Qihan. Mistuning identification of integrally bladed disk based on the modal reduced technique [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(3): 662-669. (in Chinese)
- [4] 王帅,王建军,李其汉.一种基于响应信息的整体叶盘结构失谐识别方法研究[J].航空学报,2009,30(10): 1863-1870.
WANG Shuai, WANG Jianjun, LI Qihan. Mistuning identification for integrally bladed disk from measured response information [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(10): 1863-1870. (in Chinese)
- [5] Madden A C, Castanier M P, Epureanu B I. Reduced order model construction procedure for robust mistuning identification of blisks [J]. AIAA Journal, 2008, 46(11): 2890-2898.
- [6] Feiner D M, Griffin J H. Mistuning identification of bladed disks using a fundamental mistuning model: Part 1—Theory [J]. Journal of Turbomachinery, 2004, 126(1): 150-158.
- [7] Lim S H. Dynamic analysis and design strategies for mistuned bladed disks [D]. Ann Arbor, MI, USA: University of Michigan, 2005.
- [8] Judge J, Pierre C, Mehmed O. Experimental investigation of mode localization and forced response amplitude magnification for a mistuned bladed disk [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2001, 123(4): 940-950.
- [9] Hollkamp J J, Gordon R W. Modal test experience with a jet engine fan model [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 248(1): 151-165.
- [10] Yang M T, Griffin J H. A normalized modal eigenvalue approach for resolving modal interaction [J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1997, 119: 647-650.
- [11] Yang M T, Griffin J H. A reduced order model of mistuned bladed disks using a subset of nominal system modes [C]// Proceedings of ASME Gas Turbine and Aeroengine Technical Congress. Indianapolis, USA: ASME, 1999: 115-125.
- [12] Pichot F, Laxalde D, Sinou J J. Mistuning identification for industrial blisks based on the best achievable eigenvector [J]. Computers and Structures, 2006, 84: 2033-2049.
- [13] 孙继广. 矩阵扰动分析 [M]. 北京: 科学出版社, 2001.